# SELECTÆ PROPOSITIONES EX ELEMENTIS ASTRONOMIÆ ATQUE EX PARTE...

Collegio Cicognini

Digitized by Google

# SELECTAE PROPOSITIONES
## EX ELEMENTIS
# ASTRONOMIAE
*ATQUE EX PARTE PRIMA ADNEXAE*
## EXERCITATIONIS MATHEMATICAE
DE PHYSICO RADIORUM LUMINIS PARALLELISMO

AD TIRONUM USUM ADCOMMODATAE

*QUAS EDIDERUNT ET DEMONSTRABUNT*


ALEXIUS ALBERGOTTUS
ARRETINUS
ANTONIUS ODORICIUS
BONONIENSIS
ALOYSIUS LAMBERTENGHIUS
MEDIOLANENSIS
JOANNES BAPTISTA FASCE
GENUENSIS
JOANNES BAPTISTA CIUGHIUS
PRATENSIS
IN PRATENSI S. J. COLLEGIO CONVICTORES.


*A. CIↃ IↃCC LVII.*


35
333
5
1878



FLORENTIAE. CIↃ IↃCC LVII.

In Typographia Franciſci Moücke. *Cum facultate.*


Digitized by Google

Digitized by Google

# SELECTAE PROPOSITIONES

## EX ADNEXA EXERCITATIONE.

I. SI illuminati plani latitudo ad radiantis puncti diſtantiam fuerit ut 1 ad 200, 000; inter incidentes luminis radios phyſicum illum, & geometrico quamproximum fore Parallelifmum, de quo agit *Chriſtianus Wolfius*, Opticae §. 93. per Trigonometriam demonſtrare.

II. Geometriam etiam adhibendo, idem variis in circumſtantiis praeſtare, ut e. g. in Speculo cauſtico, atque in Iride Lunari.

III. Si illuminati plani latitudo ad radiantis puncti diſtantiam fuerit ut 7., vel etiam 8. ad 250, 000; evidenter oſtendere, locum tunc phyſico illi, atque exactiori Parallelifmo, quem *Ricciolius* proponit, Almageſti novi Lib. III. Cap. V. Art. X., eſſe tribuendum.

IV. Cur, & quomodo aliqui, & magni nominis recentiores Aſtronomi, phyſicum ejuſmodi Parallelifmum amplificaverint, exponere; exemplum adferendo de Solaribus radiis, in Tellurem, & Lunam vibratis; & ſimul trigonometricam addendo demonſtrationem.

V. Sine ullo Matheſeos praeſidio, praedictum quibuſdam in adjunctis Parallelifmum, aut inter lineas rectas, aut inter luminis radios, confirmare; at nihilominus, dum de hiſce rebus agitur, mathematicas demonſtrationes, ad omnes avertendas difficultates, eſſe ſaepenumero, & plerumque neceſſarias.



Digitized by Google

# EX ELEMENTIS ASTRONOMIAE .

I. QUomodo cognoſci poſſit Lunae a Tellure diſtantia per ejuſdem Lunae parallaxin , exponere .

II. Declarare quomodo adparens Lunae diametros recte obſervetur .

III. Methodos aliquas ex iis , quas praeſtantiſſimi excogitarunt Aſtronomi , ad Solis diſtantiam a Tellure decernendam , explicare ; & ſimul , unde ipſam exacte cognoſcendi difficultates oriantur .

IV. Adparentem Solis diametrum obſervandi rationem in aperto ponere .

V. Poſtquam adparens Lunae , & Solis diametros cognita probe fuerit , atque utriuſque a Tellure diſtantia , declarare quomodo facilè cognoſci poſſit quot certae alicujus ſpeciei milliaria verae diametro Solis , & Lunae ſint tribuenda .

VI. Poſtquam inventa magnitudo fuerit verae diametri Solis , ac Lunae , oſtendere quomodo inveniri facilè poſſit quot milliaria quadrata ab ejuſmodi globorum ſuperficie , & quot cubica ab eorumdem ſoliditate contineantur .

VII. Declarare quomodo celebris inter Anglos Aſtronomos , *Jacobus Bradleyus* , inerrantium Stellarum aberrationem deprehenderit ; & quomodo , conjungendo ſimul ſubceſſivam luminis propagationem cum Telluris motu [ quamvis de hoc nihil ſtatuamus , hiſtorice dumtaxat illius exponendo opinionem ] hujuſce phaenomeni cauſſam adferre conatus fuerit .

*Praeter adnexae Exercitationis editores , in ejus fronte commemoratos , expoſitas demonſtrabunt Propoſitiones* , VINCENTIUS SINIBALDIUS , AUXIMAS ; & CAROLUS CIVARRONIUS , ROMANUS , *in eodem Collegio Convictores* .

Digitized by Google

# PROOEMIUM.

*IN Optica, Catoptrica, Dioptrica, aliiſque etiam Phyſico-Mathematicae, ſeu Mathematicae mixtae partibus, locum interdum habet phyſicus radiorum luminis Paralleliſmus; hoc enim earum Praeceptores, ad varias ibi expoſitas demonſtrandas propoſitiones, utuntur. Sed quoniam, dum ſermo de radiis eſt, ab uno corporis, aut luminoſi, aut illuminati, puncto advenientibus, qui ad ſenſum noſtrum paralleli dicuntur, certa, ſeu determinata ratio eſſe debet inter diſtantiam radiantis puncti, & plani latitudinem, in quod radii incidunt; itaut facilè quibuſdam in circumſtantiis peccari poſſit, vel nimis magnam adſumendo illam latitudinem prae illa diſtantia, vel nimis parvam diſtantiam prae latitudine; ſupervacaneum profectò non erit eas in hac prima Exercitationis noſtrae Parte leges exponere, quas inſignes aliqui Mathematici ſuper hujuſmodi re ſtatuerunt; & aliquot idemtidem dilue-*



Digitized by Google

*re dubia, queis eorum opera legentes tirones vexarentur, niſi ſcirent quomodo in ipſis nonnulli reſtitui debeant contextus, atque ii praeſertim ubi exhibentur numeri, qui ob incuriam, aut typographorum, aut amanuenſium, corrupti fuere. Ita non errabunt, vel excludendo a phyſice parallelis luminis radios, inter quos, ſecundùm leges a praeſtantiſſimis Auctoribus latas, validiſque fundamentis innixas, praedicta relatio admitti prudenter poteſt; vel eos inter phyſice parallelos recenſendo, qui ab hujuſmodi dignitate admodum diſtant.*

*Faciliora, ut aequum eſt, in hac prima Parte tradentur; aliquantùm difficiliora in ſecunda, ubi de radiorum agemus Paralleliſmo, qui a diverſis punctis ad puncta perveniant diverſa, deque iis quae ad celebrem* Eratoſthenis *obſervationem, Alexandriae in Aegypto peractam, pertinent; & aliqua tunc de Telluris dimenſione & magnitudine, ex accuratioribus recentiorum Aſtronomorum obſervationibus, opportune ſuperaddendo.*



Digitized by Google

# CAPUT I.

*Quid occaſionem & impulſum praebuerit ad hujuſmodi ſcribendam Exercitationem.*

I. PArte ſecundâ Diſſertationis *De Coloribus, & Iride*, Cap. II. Art. III., curſim indicavi, radios ab uno Solis puncto emiſſos, atque in eam incidentes aquearum guttularum congeriem, quae ad Irides conformandas requiritur, veluti ad ſenſum parallelos eſſe conſiderandos, dum in ipſam incidunt: ac praeterea, ut ſatis eorum curioſitati facerem, qui de hujuſce paralleliſmi fundamento aliquid ſcire cuperent, Theorema illud ibidem commemoravi, a *Chriſtiano Wolfio*, Opticae §. 93. in recentioribus editionibus ſic expoſitum: *Si illuminati plani latitudo eam habeat rationem ad radiantis puncti diſtantiam, quam habet* 1 *ad* 2, 000, 000, *perinde eſſe ac ſi radii in planum illud inciderent paralleli*. Itaque, poſtquam aliquis haec fortè legerit, & poſt haec quae adfirmavi in Appendice ad Diſſertationem, §. 1. Complementi, (1) Articulo III. (ubi Lunares radii Iridem conformantes Lunarem, in eas pluviarum guttularum ſeries, quae hujuſmodi in circumſtantiis tamquam plana ad horizontem verticalia conſiderari ſolent, incurrentes, phyſice, ſive ad ſenſum noſtrum, paralleli ponuntur; tametſi Lunae a



Digitized by Google

Tellure diſtantia valde ſit illâ minor, quam habet Sol) praedictum Lunarium radiorum parallelilmum, ſi tiro ſit, deque nullo in ea Wolfianae rationis expoſitione ſuſpicetur errato, haud imprudenter in dubium revocare occipiet, ſimulque avide expoſcet, ut declaretur, an vi Wolfianae demonſtrationis a phyſice parallelis radii illi excludantur in aliquod vibrati planum, cujus latitudo ad radiantis puncti diſtantiam non ſit, ſicuti unitas ad duos milliones, ſed ſicuti unitas ad numerum valde minorem; nam ſi haec facienda eſſet excluſio, a Lunari puncto in guttularum plana advenientes radii, a phyſice parallelis multum deſciſcerent: proindeque omnia ad Lunarem Iridem pertinentia, maxime turbarentur.

II. Verumtamen facilè hoc diluitur dubium, nimirum reſpondendo, in ea numerorum expoſitione, quae tum in veteri Wolfianae Matheſeos editione (2), tum in recentioribus, & politioribus (3) eadem prorſus reperitur, mendum inrepſiſſe, unam videlicet ſuperadditam eſſe cyphram, quae eſt omnino expungenda; ſiquidem bis notatum ibidem fuit, neſcio ob cujus incuriam, 2, 000, 000, pro 200, 000, quemadmodum fuiſſe faciendum, in extremo Appendicis, Florentinis typis jamdudum mandatae (4) *De Coloribus*, *&* *Iride* (h. e. pag. 53. ejuſdem Appendicis Parte ſecundâ) ſimpliciter indicavi, atque heic mathematice demonſtrabo.

Ceterum, antequam Parte ſecundâ commemoratae Diſſertationis, ubi quaedam de Solarium radiorum parallelismo curſim dicuntur, indicarem, ab illuminati plani latitudine eam eſſe rationem habendam ad radiantis puncti diſtantiam, ex *Wolfii* ſententia, quam habet unitas ad duos milliones, atque id a praeſtantiſſimo hoc Mathematico rite fuiſſe demonſtratum; trigonometricam ſupputationem facere praetermiſi, ut ſphalma, ſi quod ibi adhaeſiſſet, averruncarem. Quum enim de immani tunc ageretur diſtantia Solaris puncti a guttularum plano radios

dios

Digitized by Google

dios excipiente, ab uberiori illa cyphrarum ſerie Wolfiana, nihil detrimenti adſertioni meae pertimeſcebam; & quum *Wolfius* Theoremati ſuo, quod quintum eſt in Optica, ubi vitium in cyphrarum expoſitione latet, ſubjiciat demonſtrationem; hanc in Genevenſi editione, qua utebar, feſtinanter percurrens, quin ſubducerem calculos, & fidens voluminis caſtigationi (praeſertim quum eadem ratio, ſcilicet 1 : 2, 000, 000, iterum notetur in praedicti Theorematis Corollario primo, §. 94.; neque in erratorum ad calcem tabula aliquid, quantùm ad immanem illum numerum, corrigatur) rite id ab hoc auctore demonſtrari, nimiâ benignitate adfirmavi.

III. Secus autem contigit, dum cogitarem de radiorum parallelismo, qui ab aliquo Lunae puncto in pluvias guttulas reverberentur; quum enim Wolfianam illam rationem, prout in praedictis codicibus exponebatur, tunc memoriâ repeterem, mentique ſimul obverſaretur meae, puncti Lunaris diſtantia a guttularum plano, Lunae radios repercutiente; facilè cognovi, hujuſce plani latitudinem, ſi non de artificioſo agatur, quod in conclavibus fit, ſed de naturali ſine ulla arte in aëre libero, comparate ad diſtantiam, quam decidentium guttularum congeries habet a Luna, conſiderari neutiquam poſse tamquam 1. ad 2. 000, 000, niſi aliquis illam plani latitudinem enormiter, & ad libidinem coarctare vellet; atque idcirco phyſicum, & ſtrictiorem parallelismum, quem *Wolfius* primò proponit, & quem Lunari in Iride conſiderabam, Lunaribus radiis, tametſi ab uno advenientibus puncto, eâ in hypotheſi nequaquam competere. Deinde verò, methodum ipſam, qua ibidem utitur *Wolfius*, adhibendo, per idem Trigonometriae planae Problema (5), cui auctor in ſua innititur demonſtratione, ad oſtendendum fore ut angulus a radiis duobus in eo, ex quo diſcedunt, puncto, conſtitutus, minutum unum ſecundum paullulùm excederet; proindeque in exhibito triangulo,

ad

Digitized by Google

ad baſim anguli conjunctim , non different ad ſenſum a duobus rectis , unde phyſicus radiorum conſequitur , & geometrico viciniſſimus parallelismus ; methodum , inquam , illam adhibendo Wolfianam , ſubductiſque calculis comperi ( nec propterea ob id mihi plaudam , quum patientia major in hujuſmodi negotio , quam perſpicacia requiratur ) rationem illam ad id obtinendum , quod *Wolfius* demonſtrare ſuſceperat , eſſe debere ut 1. ad 200 , 000 , non autem ut 1. ad 2 , 000 , 000 .

IV. Igitur , ſi latitudini illius plani proxime commemorati , quod pluvii globuli e nubibus decidentes , & alii aliis continue ſubcedentes conformant , & a quo incurrentes Lunae radii excipiantur , atque in ſpectatorum oculos , Lunarem Iridem conſiderantium , reverberentur , milliare unum interim tribuamus , ex quinque regiorum Pedum Pariſienſium millibus conſtans , ne quid peccetur , exiguam adhibendo menſuram ; & ſi diſtantiae radiantis puncti Lunaris ab eodem guttularum plano ducenta tribuamus millia praedictae ſpeciei milliarium , quae erit minor verâ ( nam Lunae a Telluris centro diſtantia media adfirmatur eſſe , ob validas rationes , a *Newtono* , Principiorum Philoſophiae Libro III. Propoſitione IV. *quaſi* 60. $\frac{1}{4}$ *ſemidiametrorum terreſtrium* , *fere ut ab aliis aſſignatum eſt* ; atque ex aſtronomico volumine , a regia Academia Pariſienſi quotannis vulgato , inſcriptoque , *Cognitio temporum* , conſtat , a media hujuſmodi diſtantia contineri terreſtres hemidiametros 58. ) latitudo plani , ſecundùm Wolfianam formulam , cum diſtantia , quam a radiante puncto in hac non reſpuenda hypotheſi haberet , collata , adamuſſim eſſet ut 1. ad 200 , 000 ; & tamen , ſicuti demonſtrabo , radiorum ſervari deberet phyſicus , & ſtrictior parallelismus : quare ex valde minori diſtantia , quam Luna , comparate ad Solem , habet a Tellure , erui nihil poterit ad Lunarium radiorum parallelismum , quamvis de obice competentis latitudinis eoſdem excipiente ,

te ,

Digitized by Google

te , & in noſtros oculos reverberante , ſermo ſit , labefactandum .

Immo , quamvis immoderate praedicti obicis latitudinem augeremus , exempli gratia ad ſex uſque jam expoſitae ſpeciei milliaria ipſam amplificando , eademque , ut ſupra , minor verâ tribueretur Lunae a guttularum plano illuminato diſtantia ; attamen , ſicuti ex infra dicendis , & demonſtrandis conſtabit , phyſico , & minime laxo parallelismo , ab eodem Lunari puncto vibrati radii fruerentur . Quamobrem , ne quis dubitet an in eam cyphrarum ſeriem apud *Wolfium* , inrepſerit mendum ( quod minime animadvertiſſe videtur doctus quidam recentior Philoſophus , & Mathematicus , qui in ſuae Opticae Elementis , queis alia adnectuntur , A. 1743. vulgatis , corruptam illam rationem 1. :. 2 , 000 , 000 ex codice exſcripſit Wolfiano , dum agit de phyſico radiorum parallelismo ; nitida enim & accurate caſtigata adparet illorum elementorum editio , quin in erratorum elencho illi numero 2 , 000 , 000 , una detrahatur cyphra ) ad oſtendendum adgredior , earum unam eſſe expungendam : atque ita qui aliquo circa meam adſertionem dubio tentetur , ſupputationis faciendae levabitur curâ ; ac praeterea facilis , nec longa , heic tradenda demonſtratio viam quodammodo mihi ſternet ad quaedam ex doctiſſimis Mathematicis exponenda tironibus documenta , queis inſtructi rectum habeant criterium ad prudenter de radiorum parallelismo variis in eventis judicandum .

CA-

Digitized by Google

# CAPUT II.

*Clare exponitur, methodum adhibendo Wolſianam, ſi illuminati plani latitudo eam habeat rationem ad radiantis puncti diſtantiam, quam habet 1. ad 200, 000, radios in planum incidentes, fore phyſice parallelos.*

I. ITaque, Wolſianam adhibendo in hac demonſtratione methodum, conſideretur triangulum *S* H *K* in adnexa ad calcem Figura I., & quod apud ipſum *Wolſium* videri etiam poterit in Tabula prima, ad Opticam pertinente, ſub duodecimo numero (6). A puncto H exhibeatur punctum radians; a recta *S K* latitudo plani, in quod a radiante puncto H incurrunt radii; & a duabus rectis H *S*, & H *K* radii duo exhibeantur, a puncto H emiſſi in S K; quorum alter *S* H normalis accedat ad *S K*, alter verò H *K* cum ipſa *S K* alium angulum conſtituat. Fingamus demum, diſtantiam inter punctum H, & S ad ducenta millia milliarium pertingere, atque ad unum dumtaxat milliare, ſed ejuſdem ſpeciei, ac priora illa ſunt, plani latitudinem *S K*, quae idcirco, ſi comparetur cum diſtantia *S* H, ſit veluti 1. ad 200, 000.

II. Jam verò in hoc triangulo plano H *S K*, & rectangulo in *S*, quum jam nobis innotuerit quantitas tum rectae *S K*, nimirum latitudinis plani radios excipientis, tum rectae H S, vel alſus *K* H, diſtantiae nimirum inter punctum radians H, & illud planum (7), praetereaque anguli *K S* H, qui per hypotheſim rectus eſt; facillime cetera cognoſci poterunt (8), ac propterea decerni an angulus S K H adeò parùm ab angulo deficiat recto, ut

ut tamquam ad ſenſum rectus conſiderari prudenter poſſit: ex quo conſequeretur, rectam *K* H eſſe phyſice normalem (9) ad *S K*, & conſequenter phyſice parallelam (10) alii rectae *S* H. Quamobrem, ſolutionem heic adhibendo Problematis, ibidem a *Wolſio* citati, ſcilicet quartidecimi in ejus Trigonometria plana (11), quod ſic exponitur: *Datis duobus lateribus, ut e. g. S K*, & K H (vide Fig. I. in Tab. ad calcem adjuncta) *unà cum angulo K S H, uni eorum oppoſito, invenire angulos reliquos, S H K, & S K H*; & memoriâ repetendo Theorema illud, in ejusdem auctoris Trigonometria plana tertium (12), cui Problematis innititur reſolutio, h. e.: *In omni triangulo K H S latera ſunt ut ſinus oppoſitorum angulorum*, ita debemus argumentari.

Eamdem rationem, quam habet latus H *K* jam cognitum ad ſinum jam cogniti anguli *K S* H, quum hic per hypotheſim ſit rectus, laterique praedicto oppoſitus; habet latus *S K* pariter cognitum ad ſinum incognitum anguli oppoſiti *S* H *K*: quare quum ſinus anguli recti, ſeu quadrantis, ſit radius, vel ſinus maximus; & quum hujusmodi radium Trigonometrae conſiderare plerumque ſoleant diviſum in decem aequalium particularum milliones (13); ordinandi ſunt ſequenti ratione per auream regulam iſti rermini, ad quartam proportionalem, ignotamque magnitudinem reperiendam: 200, 000. 10, 000, 000 : : I. *x*. Sed 10, 000, 000 XI = 10, 000, 000; & $\frac{10,000,000}{200,000}$ = 50 (14); a ſinu ergo anguli *K* H *S* continebuntur 50 ex illis particulis, quarum milliones decem in totali ſinu, ſeu radio contineri ſingamus.

III. Nunc verò, ad quantitatem anguli inveſtigandam, a cujus ſinu quinquaginta illarum partium contineantur, conſuli poterit Tabula prima trigonometrica inter illas, quas publici juris fecit *Geminianus Rondellius*, in Bononienſi Lyceo olim Matheſeos Profeſſor, & in qua duo primi, & duo poſtremi gradus quadrantis, adhibito



Digitized by Google

radio in unum billionem particularum diviſo, ſupputati fuere (15). Numerus ibi 50 deſideratur; ſed proxime minor eſt 48, a quo ſinus indicatur unius minuti ſecundi; & proxime major eſt *96.*, ſinum indicans duorum ſecundorum (16): *ergo* (ut recte ibidem *Wolſius* concludit) *angulus* K H *S eſt unius circiter minuti ſecundi; certe multò minor quam duorum ſecundorum*: quapropter angulus H *K S*, quum, his poſitis, contineri ab illo debeant 89. gradus, 59. minuta prima, 58. ſecunda, & aliquot praeterea tertia (17), ita proximus erit angulo recto, ut pro recto ad ſenſum noſtrum prudenter haberi poſſit: ex quo facilè, & optime conſequitur, radios H *S*, & H *K* eſſe inter ſe phyſice parallelos (18).

IV. Subjicit tamen ibidem *Wolſius* in addito Scholio, §. *96.* recentiorum editionum, fore ut angulus *S K* H vix differret ad ſenſum a vero angulo recto; quamvis alius S H K dimidii eſſet ſcrupuli, ſeu minuti primi: & conſequenter quamvis angulus S K H contineret gradus *89.*, & minuta prima 59. cum dimidio (19). Itaque in hac hypotheſi, ut recte eodem in loco ipſe infert, ratio baſis *K S* ad latus *K* H eſſet, vi Canonis ſinuum, ſicut 1454. ad 10, 000, 000.; hoc eſt fere ut 1 ad *6877.* Cur autem hujuſmodi adhibeantur Laconicae a celebri hoc Mathematico formulae, praeſtabit heic in tironum commodum explanare.

Quum jam ſtatuta quantitas fuerit anguli *S* H K, quem *Wolſius* permiſit eſſe ſecundorum 30.; quum ang. H *S* K rectus ponatur; & quum praeterea baſis *S K* oppoſita ang. *S* H *K* conſiderari per hypotheſin debeat, prout unam habens illarum menſurarum, quae magno numero contineantur a latere K H, exempli cauſſa unum milliare; ita ratiocinari debemus, reſolutionem adhibendo Problematis XIII. (20), ab eodem auctore in ſua plana Trigonometria, §. *36.* in recentioribus editionibus expoſitum. Ut ſinus ang. *S* H K ad latus oppoſitum, & da-

tum

tum *S K*; ita ſinus ang. recti, ſive ſinus totalis ad quaeſitum latus H *K*. Nunc verò, ſi totalem ſinum, ſive circuli ſemidiametrum adhibeamus diviſam in decem particularum milliones, ſinui ang. S H K, quem angulum auctor poſuit eſſe 30. ſecundorum, vi Canonis ſinuum majoris, tribuendae ſunt ſinus totalis particulae 1454. (21). Sequentes igitur termini ſtatuantur: 1454. 1 :: 10,000,000. *x*. Sed 10,000,000 XI = 10,000,000; & $\frac{10,000,000}{1454}$ = 6877. quam proxime (22); ergo adfirmari recte poterit, luminis radium a recta *K* H exhibitum, ad milliaria pertingere quaſi 6877. Quocirca, ſi longitudo *S K* cum ea comparetur, quae argumentando comperta eſt in latere K H, dicendum eſt, baſin *S K* ſeſe ad illud habere latus quàm proxime, ut 1 ad 6877.

V. Interim ex hactenus declaratis inferre tirones poterunt, ſecundùm *Wolfii* placita, inter phyſicos radiorum paralleliſmos, alium eſſe ſtrictiorem, & alium non ita ſtrictum, ſed nihilominus quibusdam in circumſtantiis a Sapientibus admittendum; ſtrictiorem eſſe, quando latitudo plani radios excipientis, ad diſtantiam a radiante puncto ſit ſicut 1 ad 200,000. (hoc enim modo rationem iſtam, unâ expunctâ cyphrâ, eſſe exhibendam demonſtratum ſupra fuit) non ita ſtrictum, ſed nihilominus a Phyſicis, & Mathematicis prudenter adhibitum, quando ea ratio ſit circiter ſicut 1 ad 6877.

Ceterum, ſi ut locum habere poſſet ſtrictior ille paralleliſmus, quem primò *Wolfius* proponit, plani latitudo ad radiantis puncti diſtantiam eſſe deberet ſicuti 1. ad 2,000,000, quemadmodum bis in Optica illius auctoris, & ſemel in ejuſdem ſcientiae elementis A. 1743. ab alio ſcriptore vulgatis notatum fuit, trigonometricam, ut ſupra, ſupputationem faciendo, invenietur quotus 5. Sed in Canone ſinuum majori, ſinui particularum 48, qui primus ibidem eſt, angulus convenit unius tantùm ſecundi; quare, quum ſinui particularum 5 convenire angulus

debeat uno ſecundo minor, adfirmari cum eodem *Wolfio* non poſſet, angulum S H K fore in hypotheſi diſtantiae illius 2, 00, 000, uno ſecundo majorem.

# C A P U T III.

*Demonſtratur phyſicus radiorum quibusdam in adjunctis Parallelismus, quin a Theorematis Trigonometriae, & Geometriae ſubſidium petatur; at nihilominus mathematicas demonſtrationes, dum hac de re agitur, eſſe idemtidem neceſſarias.*

I. UT illi etiam, qui mathematicis diſciplinis operam haud navarint, facillime intelligant, cur duo, vel plures radii, ad ſenſum paralleli denominari queant, quando de aliquo vibrati puncto, ad ingentem excurrant diſtantiam, & in aliqua cujuſcumque plani puncta perveniant; quamvis inter haec haud valde exiguum ſit intervallum, nimirum aut unius Florentini milliaris, aut etiam plurium intra certam menſuram; duo ſibi e. g. exhibeant pendula corpora, duobus, competenter inter ſe diſtantibus, ſuſpenſis, liberiſque adnexa filis, atque hujuſmodi pendula quieſcere. Adfirmabunt ſane, ſibi ea fila videri parallela. Attamen reapſe, & mathematice parallela neutiquam ſunt; quum enim terreſtria, & circumterreſtria corpora, ob vim gravitatis, ad centrum rectâ tendant Telluris; ſi animo fingant, in immenſum produci fila, &, ſecundùm directionem quam habent a centripeta vi, adnexa gravia in immenſum, & libere poſſe deſcendere, ſtatim animadvertent concurrere haec ſimul debere in eo, in quod tendunt, centro; tametſi rectitudinem ſuam conſervare retinacula debeant: ex quo perſpicuum erit, hujuſcemodi perpendicula, inter ſe parallela revera non eſſe.

II. Poſt-

Digitized by Google

II. Poſtquam recte id perceperint, ſi ab ipſis quaeram, cur parallelismum ea fila praeſeferant; illico, & optime reſpondebunt, quin ſuperaddere aliud debeam, ut cauſſam deprehendant, ita paullatim fieri eam convergentiam, quum ad immanem diſtantiam debeant concurrere, ut, ſi perpendiculorum longitudines a punctis ſuſpenſionis, ad terreſtrem uſque ſuperficiem conſiderentur, ſub ſenſum cadere nequeat: atque idcirco ea adparere perpendicula debere, perinde quaſi eamdem ubique inter ſe diſtantiam haberent, ſive parallelismum. Poſt haec igitur, aut duorum, aut plurium radiorum intra terreſtrem atmoſphaeram ſibi exhibeant longitudines quae ſint e. g. unius Florentini milliaris, aut etiam aliquantùm majores; omneſque iſtos radios incurrere ſingulos in diverſa ſuperficiei terreſtris puncta, inter ſe competenter diſſita, puta ad unum, vel duo milliarium illorum; quaeſo nunc, ſi praedictos radios, veluti rectas lineas mente concipiant, in aliquo, aut Solis, aut etiam Lunae puncto coituras, an ita paullatim convergere inter ſe debeant, dum aut Solem, aut Lunam versùs protenduntur, ut ſenſilis adparere nobis eorum convergentia poſſit intra illud terreſtris atmoſphaerae ſpatium, intra quod radiorum eorumdem longitudines fuerunt conſideratae? Ad alia progredior, quin reſponſum exſpectem; ſiquidem poſt adlatum perpendiculorum exemplum, ita in aperto poſita res eſt, ut quilibet quid reſpondendum ſit, jam probe teneat.

Addo tamen, ad pleniorem hujuſce rei declarationem, aliud contingere, ſi radii commemorati conſiderentur, ſecundùm totam, quam obtinent longitudinem, a puncto ubi concurrunt, ad ea uſque puncta, ad quae jam disjuncti perveniunt ſupra terreſtrem ſuperficiem; aliud autem contingere, ſi, poſtquam a puncto concurſus, ingenti confecto itinere, diſceſſerunt, conſiderentur ſecundùm aliquam non admodum magnam longitudinem, dum in planum aliquod, aut terreſtre, aut circumterreſtre, tam-

quam

Digitized by Google

quam terminum, perveniunt; quamvis hujuſce plani latitudo, aut unum, aut plura intra certam menſuram, ex noſtris milliaribus complectatur. Si primo conſiderentur modo, phyſico paralleliſmo, ut perſpicuum eſt, privantur, quum nobis ipſorum concurſus in eo adpareat puncto, ex quo emittuntur; at phyſice paralleli, ſi modo ſecundo conſiderentur, appellari recte poterunt; ita enim paullatim convergentes fiunt, dum ab eo plano quod attigerunt, aut Solem, aut Lunam versùs protenduntur, ut intra illud coarctatum ſpatium, in quo eorumdem non admodum magnae longitudines noſtris oculis obverſantur, nulla adparere nobis radiorum convergentia, aut divergentia poſſit.

III. Audacter nihilominus ex proxima declaratione inferre ſic aliquis poſſet. Fruſtra igitur plures adlaboraverunt Mathematici, ut multas, aut trigonometricas, aut geometricas demonſtrationes conficerent, ad oſtendendum variis in circumſtantiis phyſicum radiorum paralleliſmum. Si, nulla adhibendo triangula, nullos angulos, nullas ſupputationes, confirmari id poteſt, aut pendulorum exemplo, aut duorum etiam alicujus aedificii parietum, qui, quum directionem habeant, ſecundùm ſuam altitudinem, centrum versùs Telluris, geometrice aequidiſtantes non ſunt, ſed ad ſenſum dumtaxat; quid opus eſt ad triangula, ad angulos, ad ſinus, & ad reliqua multis ignota confugere?

Ita ne verò? At quum modò major, modò minor ſit latitudo planorum, in quae ductae rectae, radiive incidentes conſiderantur, & quum modò de majori, modò de minori agatur illius diſtantia puncti, in quo radii, vel rectae coëunt; aut ad phyſicum quibuſdam in circumſtantiis oſtendendum paralleliſmum, aut ad ipſum in aliis excludendum, a Matheſeos documentis, atque iconiſmis ad id opportunis, invictum ſaepenumero ſubſidium eſt comparandum: ita enim fit ut probe, quod adfirmatur, vel negatur, demonſtretur; neque ullus dubitationibus,

aut

aut tricis, queis aliter nos adverſarii vexare poſſent, relinquatur.

# CAPUT IV.

*Quaedam adferuntur documenta inſignis Mathematici* Joannis Baptiſtae Ricciolii *S. J.*, *de radiorum quibuſdam in circumſtantiis phyſico parallelismo*, *& per Trigonometriam demonſtrantur*.

I. PRaeclarus inter ſaeculi ſuperioris ſeptimi-decimi Mathematicos *Joannes Baptiſta Ricciolius*, Ferrarienſis, S. J., Parte I. Tomi I. *Almageſti novi*, Libro III. Capite V. Art. IX., ubi, poſtquam Articulis VI. VII. & VIII. proxime antecedentibus, de Solarium parallelismo radiorum egerit, quaedam de hoc eodem addit, quatenus pertinet ad Lunares; ſtatutâ priùs diſtantiâ Lunae a Telluris centro, terreſtrium ſemidiametrorum dumtaxat 49., nimirum ut ipſam, liberalitatis gratiâ erga dubitantes de hujuſmodi parallelismo, valde coarctaret ( ibidem enim, Lib. IV. ſub finem Cap. XIV. poſt plures a ſe habitas obſervationes, mediam hanc diſtantiam, tum in copulis, tum in quadraturis, earumdem ſemidiametrorum 59. eſſe decernit, & proxime ad illum accedendo numerum, quem poſteriores alii Aſtronomi, ſupra relati Capite I. Art. IV. decrevere ) tribuendo deinde ſingulis praedictis ſemidiametris milliaria antiqua Romana ſub *Veſpaſiano* (23) 5000., duoſque ſibi exhibendo luminis radios, ab eodem Lunari puncto in duo pervenientes extrema terreſtris Gradus circuli maximi, qui Gradus ibi ex ejus opinione, 90. ſpeciei illius milliaria complectitur; triangulum aequicrure poſtea conſtruit, atque expendit H A K ( F. I. ), cujus angulum verticalem A H K in Lunari puncto exſtare fingit, & ab ejuſdem baſi A K in-

Digitized by Google

integrum terreſtris circuli maximi Gradum contineri ; videlicet , ex ejus opinione , Romana antiqua milliaria Veſpaſianea 90. Quamobrem ex praemiſſis ab hoc auctore hypotheſibus conſequitur , ſingulis lateribus A H , & K H , verticalem angulum A H K comprehendentibus , commemoratae ſpeciei milliaria 245 , 000. competere . Quum enim a ſingulis lateribus A H , H K contineri debeant , ut ibi ſtatuit *Ricciolius* , terreſtres ſemidiametri 49. ; & quum ipſe ibidem tribuat terreſtri ſemidiametro milliaria antiqua Romana Veſpaſianea 5000. ; ſi hic numerus multiplicetur per 49. , generabitur alius 245 , 000 , ſive , conſueta adhibendo ſigla , 5000x49 = 245 , 000.

Jam verò , hiſce conſtitutis , adfirmat demonſtrari poſſe , verticali illi angulo A H K minutum unum primum , & ſecunda ſexdecim eſſe ſolummodo tribuenda . Hinc infert , ſingulos ad baſim A K angulos , videlicet H A K , & H K A ( F. I. ) , tamquam ad ſenſum rectos poſſe conſiderari ; proindeque ad ſenſum parallela latera H A , & H K radios exhibentia ; quum eorum cuilibet angulorum deſint dumtaxat minuta ſecunda 38. , ut ſinguli evadant recti . Quocirca ex auctoris opinione ibi expoſita , a phyſico non deficerent radii paralleliſmo , in aliquod vibrati planum , cuius latitudo ad radiantis puncti diſtantiam eſſet ut 1. ad 2722 $\frac{20}{90}$ (24).

II. Sed quoniam ſuae adſertionis praetermiſit *Ricciolius* demonſtrationem ( quemadmodum pluribus in circumſtantiis a Mathematicis fit , qui brevitatis amore eas tantum indicant Propoſitiones , quibus quae adfirmant innituntur , & quarum ope demonſtrari facilè poſſunt ) & Regulam tantùm indicat a ſe traditam , *Almageſti novi* Libro X. , in ſua Triangulorum Analyſi , quae Regula inter eas , quae ad triangula pertinent obliquangula , eſt IV. non autem VII. , ut ibidem ( ſcilicet Capite V. Libri III. in quo de radiorum differit paralleliſmo ) ob typographicum erratum , notatur ; & legitima cauſſa in hac no-

Digitized by Google

noſtra Exercitatione adeſt demonſtrationem illam non praetermittendi, ne tirones dubitent, an in expoſitione numerorum palmare aliquod, aut amanuenſium, aut typographi incuriâ mendum inrepſerit, quemadmodum in Articulo X. ejuſdem Cap. V. proxime commemorati, apud ipſum *Riccioliun* Lib. III. accidiſſe oſtendetur; nequaquam ſupervacaneum eſſe exiſtimo rem heic demonſtrare: praeterquamquod ad Trigonometriae uſum ſpectantia, etiam dum Iridum proprietates, & cauſſas contemplamur, quaedam tirones habebunt.

III. Itaque quum heic de triangulo plano obliquangulo, nimirum H A K (F. I.), agatur, poſitumque ab auctore fuerit, ab alterutra ex rectis H A, H K, triangulo conſtructo iſoſcele, diſtantiam Lunae exhiberi, atque hanc eſſe praedictorum milliarium 245, 000; a baſi verò A K milliaria contineri 90., proindeque tria latera jam fuerint cognita; ſequenti ratione, & exiguo labore, cujuslibet anguli magnitudo, Trigonometriae ope, poterit inveſtigari. Per hujuſce ſcientiae Problema illud ſic expoſitum: *In triangulis planis obliquangulis, poſtquam tria latera cognita fuerint, magnitudinem angulorum cognoſcere;* quod apud eumdem *Ricciolium* eſt IV. Capite III. in Trigonometriae compendio ad calcem Almageſti; apud *Wolfium* autem Problema XVI. in Trigonometriae planae Elementis; demittatur ex puncto H normalis H S ad rectam A K, Propoſitionem XII. Libri I. Elem. Geom. adhibendo; atque ita triangula duo rectangula conſtituantur H A S, H K S, in quibus, quum latus H A aequetur lateri H K, per hypoteſin jam conſtitutam trianguli aequicruris H A K, atque angulus H A S = ang. H K S per Prop. V. L. I. Elem.; ex eorumdem Elem. Prop. XXVI. L. I. patet, baſis ſegmentum A S = ſeg. K S. In ſingulis hiſce triangulis nota jam erunt nobis duo latera, videlicet A H in triang. A S H, & K H in alio K S H, a quibus indicatur diſtantia Lunae, milliarium 245, 000; & baſis



Digitized by Google

A K , terreſtrem indicantis. Gradum circuli maximi , dimidium A S , vel K S , cui 45. in facta hypotheſi milliaria tribuuntur : praeterquamquod , ob demiſſam normalem H S , quivis angulus praedictis aequalibus lateribus oppoſitus , utpote rectus , optime cognoſcetur .

Hinc per Problema illud Wolfianum jam ſupra expoſitum Cap. II. circa medium Art. II. , diviſoque totali ſinu in decem aequalium particularum milliones , ita ratiocinabimur , utrumlibet ex illis rectangulis triangulis eligendo , e. g. A H S . Eamdem rationem , quam habet latus A H ad ſinum anguli jam cogniti , utpote recti , ſibique oppoſiti A S H , ſive ad ſinum totalem ; habet latus A S ad ſinum incognitum , & quaeſitum , incogniti pariter , & quaeſiti anguli S H A . Quare , ſi , adhibendo ſinus , ſequentes termini ſtatuantur : 245 , 000 . 10 , 000 , 000 : : 45 . $x$ , facilè per auream regulam quartus reperietur numerus proportionalis 1836. & cum fracto $\frac{180\,,\,000}{245\,,\,000}$ , qui commode heic , ſine ullo notabilis metu erroris , negligi poterit . In Tabula prima trigonometrica Rondelliana , antecedenti Cap. II. Art. III. jam indicata , repertus ille numerus 1836. deſideratur ; ſed quum proxime major ibi exſtet numerus 1842. , cui angulus competit ſecundorum 38 , & proxime minor ibi ſit 1793. cui angulus competit ſecundorum 37 , adfirmari recte poteſt , anguli S H A quantitatem , quae exquirebatur , eſſe quàm proxime ſecundorum 38. Praeterea , quum ang. S H A , cujus reperta eſt quantitas , aequetur ang. S H K per Prop. 26. 1. Elem. (25) , patet , totum ang. verticalem K H A eſſe quàm proxime ſecundorum 76 , ſive unius minuti primi , & ſecundorum 16. Quare in triangulo iſoſcele H A K quivis ad baſim angulus ( per Corollarium Prop. 32. I. Elem. , quod ibi eſt octavum apud *Tacquetum* , atque ob jam nobis notam aequalitatem inter angulos H A K , & H K A conſtructi trianguli iſoſcelis ] conſiderari cum *Ricciolio* recte poterit , tamquam continens 89° , 59′ : 22″ :

ita

ita enim ſumma trium angulorum in triangulo H A K, quorum verticalis A H K inventus eſt 1′, 16″, Gradus 180, ſeu duos ſimul rectos angulos exaequabit: Q. E. F. & D. Atque interim ex his liquet, utrilibet aequalium angulorum, S A H, S K H deeſſe ſolùm ſecunda 38, ut rectus evadat; proindeque Lunaribus radiis eâ in hypotheſi phyſicum parallelismum, modo ſaltem latiori, ſed admittendo, acceptum competere (26).

# C A P U T V.

*Per methodum, qua uſus eſt Frater* Bonaventura Cavalerius, *geometrice, & clare demonſtratur phyſicus radiorum parallelismus, dum ab aliquo admodum diſſito radiante puncto in obicem radii incurrunt, cujus latitudo, prae illâ diſtantiâ. admodum exigua ſit.*

I. POſtquam aliqui tirones legerint quae doctiſſimus *Ricciolius* loco ſupra commemorato ſui *Almageſti novi* adnectit ex documentis accepta inſignis Mathematici Fratris *Bonaventurae Cavalerii*, Mediolanenſis, & religioſi Ordinis, ſed poſtea extincti, Jeſuatorum, de radiorum parallelismo ex puncto aliquo luminoſo erumpentium, magnâ, niſi fallor, & longâ vexabuntur ambiguitate & cura, niſi de aliquo mendo, aut amanuenſium, aut typographi incuriâ illuc inlapſo [ quemadmodum revera accidiſſe oſtendam ] ſtatim ſuſpicentur, citatumque ibi *Cavalerii* opuſculum de *Speculo Cauſtico* illico adripiant, ut geometricam eâ de re in ipſo fonte perlegant demonſtrationem.

En *Ricciolii* contextus Lib. III. Cap. V. ſub finem Art. IX., in quo, ſi aliquas excipias litteras, queis geometrica explicatur Figura, nihil omnino fuit immutatum. *Cavalerius autem ſupra oſtendit* [ nimirum in opuſculo *De*



Digitized by Google

*Speculo Cauſtico*, quod ſupra, h. e. Art. VI. ejuſdem Capitis, *Ricciolius* commemoravit; quum nihil aliud, praeter illius opuſculi commemorationem, de *Cavalerio* narratum ibidem fuerit ] *ſi luminoſum* H [ F. I. ] *diſtet a* K, *aut* A, *unico milliari*, *&* A K *ſit cubitorum tantùm* 10., *ſicut &* B K; *fore* P B, *breviorem rectâ* A K, *particulâ unâ ex* 3, 783, 0 36. *aequalibus*, *quibus conſtat* A K; *atque ita* P A, *&* B K *eſſe ad ſenſum aequidiſtantes*. Poſt haec inſignis auctor novi Almageſti ad alia tranſit ſequenti Art. X. declaranda circa phyſicum radiorum parallelismum.

II. Itaque dicere primò, & quidem prudenter, poterunt tirones proxime commemorati, a ſe ignorari quomodo ex praemiſſa, atque ibi expoſita *Cavalerii* hypotheſi conſequatur, a recta P B [ F. I. ] ſuperatum iri parallelam aliam A K *unâ particulâ ex* 3, 783, 036. *aequalibus*, *quibus conſtat* A K; ut ex hac phyſica, vel quaſi perfecta rectarum P B, & A K aequalitate inferatur fore inter ſe phyſice parallela ſegmenta duo P A, & B K rectarum A H, & K H: adhibendo nimirum Propoſitionem XXXIII. Lib. I. Elementorum ad id demonſtrandum.

Poterunt ſecundò, ſi aliquid planae Trigonometriae calleant, ductâ rectâ normali H S, eodem prorſus modo ratiocinari, ad ſuum exercendum ingenium, quo factum ſupra fuit Art. III. praecedentis Cap. IV.; ut cognoſcant, ſecundùm hypotheſim ibi expoſitam, utrum cuilibet ad baſim A K angulorum, tantum deſit ad recti anguli dignitatem obtinendam, quantum requiritur, ut inter angulos ad ſenſum rectos jure meritoque recenſeantur. Quamobrem ad ita ratiocinandum,, ut mihi perſuadeo, a cupiditate veritatis inveſtigandae impellentur.

Milliaris nomine [ probabiliter ipſi dicent ] intelligamus heic Bononienſe, quum *Cavalerius* ea tradiderit documenta Bononiae, in cujus celeberrimo Lyceo fuit, quoad vixit, primarius Matheſeos Profeſſor (27); ac ſeligendo nunc

Digitized by Google

nunc triangulum S K H, tribuamus lateri H K [quum apud *Ricciolium* eſſe ponatur unius milliaris ] ulnas, vel cubitos Bononienſes ter mille, ut aequum eſt ex ejuſdem Mathematici documentis [28]; dimidio autem baſis A K, ſeu lateri S K, ſecundùm ibi ſtatutam hypotheſim, Bononienſes cubitos quinque. Si deinde ſtatuantur ſequentes termini. 3000. 10, 000, 000 : : 5. *x*. facili negotio per auream regulam reperietur quotus [ neglectâ fractione $\frac{2000}{3000}$, ſive $\frac{2}{3}$ ] *16*, *666*, qui erit quartus terminus proportionalis. Conſulamus nunc primam, & jam ſupra commemoratam Tabulam Rondellianam : quum ibi deſideretur hic numerus; ſed proxime minor in ea notetur *16*, 483, cui angulus competit $5'$, & $40''$; proxime autem major ibidem ſit *16*, 7*26*, ſpectans ad angulum $5'$, & $45''$; dicendum erit, poſtquam rurſum, ſecundùm praecepta a Trigonometris tradita [29], aurea regula fuerit adhibita, anguli S H K magnitudinem eſſe quam proxime $5'$, $43''$, & $45'''$; à toto angulo verticali A H K contineri $11'$, $27''$, $30'''$; proindeque a ſingulis ad baſim angulis H A K, & H K A, [ per Propoſitionem XXXII. I. Element. ] Gradus 8*9*, 54 minuta prima, 1*6* ſecunda, & 15. tertia : quare ſingulis, ut rectos inter locum obtinerent, non deeſſent tantummodo ſecunda 38, ſed $5'$, $43''$, $45'''$, a quorum defectu, ex ejuſdem etiam auctoris placitis ibidem expoſitis, phyſicus, & moderatus radiorum paralleliſmus videtur excludi.

III. Ad haec reſpondeo futurum, eâ hypotheſi conſtitutâ, ut non male tirones illi argumentarentur; ſed integram, & legitimam *Cavalerii* ſententiam ſedulò conſiderantibus, atque illum praeterea numerum 3, 783, 03*6*, a *Ricciolii* contextu indicatum, perſpicuum erit, aut librariorum, aut typographi vitio, praecipua quaedam ibi fuiſſe praetermiſſa, alia permutata, atque idcirco fere omnia confuſa : nec mirum ſi corrupta illa *Cavalerii* hypotheſis nequaquam in integrum ad calcem operis, ubi erratorum

ad-

Digitized by Google

adjeƈta eſt nota, reſtituatur; ſiquidem in ampliorum editione voluminum, & mathematicorum praeſertim, quale eſt Almageſtum novum, perraro contingit ut ſphalmata omnia per incuriam inlapſa extirpentur.

Mens igitur Fratris *Bonaventurae* fuit demonſtrare, paullò poſt initium Cap. XXVI. [ non autem XXIV., ſicuti ob leve typographicum vitium legitur citato in loco apud *Ricciolium*, Art. IX. ] in ſua Italica Diſſertatione De Speculo Cauſtico, deque Seƈtionibus Coni, phyſicum in iis radiis parallelismum, qui ab uno Solis punƈto in ſuperficies incurrant concavas eorum Speculorum, quae *Cauſtica*, h. e. comburentia, & vulgò *Uſtoria* nuncupantur. En integra ejus hypotheſis, & geometrica ratiocinatio, quam Italice in adjeƈta Adnotatione (30), & prout in auƈtoris jacet Opuſculo, heic autem Latine exponam, pauca quaedam addendo, & quaedam immutando, ut clariùs a tironibus ejus vis percipiatur; qui cognoſcere poterunt geometricis aliis de radiorum parallelismo demonſtrationibus, quas ex *Vitellione*, & *Snellio* citato in loco *Ricciolius* profert, hanc adſimilari.

A centro H Solis, qui ſit perigeus [ en integre & genuine *Cavalerii* hypotheſis, & conſtruƈtio ] radii duo erumpant HA, & HK, qui reapſe divergentes erunt, quatenus de Sole egredi conſiderantur, & progredi, ut ad corpora perveniant terreſtria. Cauſtici Speculi latitudo, quae ſit ulnarum 10, exhibeatur a reƈta A K, ad quam parallela ducatur PB; radiorum ſegmenta PA, & BK, duabus intercepta parallelis, ſint ſingula unius milliaris; ponamuſque interim tamquam certum, a ſingulis radiis perigei Solis hemidiametros contineri terreſtres, 1101., quarum quaelibet eſſe fingatur milliarium 3436.; proindeque a tota ſingulorum radiorum HA, & HK longitudine tres contineri milliarium milliones, ac praeterea 783, 036.; adfirmo nunc reƈtas PA, & BK, a quibus radiorum ſegmenta exhibentur, eſſe ad ſenſum parallelas.

IV.

Digitized by Google

IV. Demonſtratur. Duae illae rectae, P B, & A K, per conſtructionem parallelae, praeterea ſunt phyſice, ſive ad ſenſum aequales, uti mox evidentiſſimum fiet, & qua in re vertitur hujuſce cardo demonſtrationis; duo ergo ſegmenta, P A, & B K, poſtquam parallelae P B, & A K, praeciſione facta a minima longitudinis differentia, tamquam aequales conſideratae fuerint, dicenda erunt [ per Prop. 33. L. 1. Elem. ] inter ſe parallela. Sequenti itaque argumentatione antecedens illud confirmo, ut illa ad ſenſum aequalitas perſpicua reddatur. Quoniam ducta fuit parallela P B ad A K, triangulum H P B eſt ſimile toti H A K; h. e. ambo ſingulos habent angulos, ſingulis aequales, latera verò, quae aequalibus angulis opponuntur, proportionalia, per Propoſitionis quartae L. VI. Elem. Corollarium, quod primum ibi eſt apud *Tacquetum*: quare A K ▲ P B :: A H ▲ P H.; & conſequenter, quum duae iſtae geometricae rationes inter ſe aequentur, ſi duae conſequentes magnitudines, P B, & P H, in eumdem ſimilium aliquotarum partium numerum dividantur; a ſingulis antecedentibus A K, & A H, idem ſimilium aliquotarum partium ſuae conſequentis numerus contineatur (31) neceſſe eſt.

Jam verò, quum per hypotheſin recta P H in partes aequales, videlicet in milliarium 3, 783, 035. fuerit diviſa, & a recta A H, quae veluti antecedens ſecundae rationis habetur, una earumdem aequalium partium toties contineatur, quot in ſequenti numero 3, 783, 036. ſunt unitates; recta etiam P B in tot aequales diviſa partes habenda eſt, in quot P H; & a recta A K, quae rationis primae eſt antecedens, toties una iſtarum aequalium partium contineri debet, quoties ab antecedente alia magnitudine A H, ut dictum eſt, continetur, indicaturque a numero 3, 783, 036. Atqui rectae A K longitudo ponitur eſſe ulnarum decem; quum ergo dividi haec debeat in partes aequales, quarum numerus ſit 3, 783, 036,

cui-

Digitized by Google

cuilibet apertiſſimum erit ; unâ tantùm particulâ maxime parvâ & evaneſcente exceſſum iri parallelam P B ab alia A K ; proindeque eſſe ambas ad ſenſum aequales : quo admiſſo [ ſi ab inſenſili earum inaequalitate praecifio fiat , ac veluti reapſe aequales conſiderentur ] quum duae illae rectae A K , & P B , per conſtructionem ſint parallelae , junganturque a rectis A P , & K B ; ex jam citata Prop. XXXIII. I. Ell. manifeſtò conſequitur , A P , & K B inter parallelas eſſe recenſendas : Q. E. D.

Ceterum , ſi quis decerneret , radians punctum H diſtare ab A , vel K , unicum Bononienſe milliare ; a recta A K contineri decem illorum cubitorum , a quorum tribus millibus milliare illud conficeretur , ſicuti mendoſe legitur in commemorato *Ricciolii* contextu ; & cubitos pariter ejuſdem ſpeciei decem a B K , vel ab alia P A contineri ; utique dicendum eſſet , eodem argumentandi modo , longitudinem A K comparatam cum P B , eſſe ut 10 ad 9 , & $\frac{29}{30}$ (32) ; proindeque P B breviorem eſſe aliâ , Bononienſis cubiti parte unâ triceſimâ , non autem unâ ex ingenti illo particularum numero 3 , 783 , 036 , in quas latitudo A K cauſtici Speculi , decem continens cubitos , concipiatur diviſa : ex quo magis liquet , *Ricciolii* locum fuiſſe corruptum .

V. Eádem ratiocinandi methodo , ut aliquid heic de Iridibus intermiſcere non omittamus , atque ita circumſtantiae varientur , demonſtrari geometrice poterit , phyſice pariter inter ſe parallela eſſe radiorum ſegmenta , quae ab eodem Lunae puncto in duo extrema plani , ex aqueis guttis compoſiti , concipiamus incidere ; tametſi haec extrema milliare unum Florentinum ex. gr. inter ſe diſtare fingamus . Igitur , constructo aequicruri triangulo H A K , ductâque parallelâ P B ad A K , ſtatuamus inter Lunare punctum H , & A , vel K , milliarium Florentinorum intercedere ducenta millia [ quae diſtantia erit minor verâ , ut ex iis facilè inferri poteſt , quae hac de re Art. IV.

Cap. I.

Digitized by Google

Cap. I. declarata fuere ] quibus ſingulis milliaribus tria eorum cubitorum millia, queis Florentini utuntur ad agros dimetiendos, ut par eſt (33), tribuimus; a latitudine AK plani radios excipientis, milliare unum contineri Florentinum, & a ſegmentis AP, BK ſingulis unam triceſimam milliaris ejuſdem partem; continebuntur a longitudine AH, vel alia HK [ reſolutione facta milliarium illorum in cubitos ] ſexcenti milliones cubitorum; a ſingulis minoribus ſegmentis AP, BK cubiti centum; & a ſingulis majoribus HP, HB, 599, 999, 900. Fiat deinde per Corollarium primum Prop. IV. L. VI. Elem. apud *Tacquetum* haec analogia: Sicuti eſt longitudo HA, vel HK, 600, 000, 000 ad HP, vel HB, 599, 999, 900; ita longitudo AK, 3000 ad incognitum PB. Atqui, ſecundo termino per tertium multiplicato; diviſione facta producti numeri per terminum primum, & reductione fractorum in quoto ad numeros minimos, quotus erit 2999. $\frac{1999}{2000}$, quemadmodum in adnexa oſtenditur Adnotatione (34); recta ergo AK aliam ſuperaret PB unicâ tantùm particulà ex duobus millibus particularum, in quas Florentinus cubitus concipiatur diviſus. Hinc, quum ſit inſenſilis rectarum PB, & AK inaequalitas, ac veluti reapſe aequales liceat eaſdem conſiderare, eodem prorſus modo, quo factum eſt Articulo proxime praecedenti, evidenter concluditur, ſegmentis radiorum PA, & BK phyſicum competere paralleliſmum.

Si autem de Solari Iride ſermo ſit, multò magis, eamdem adhibendo methodum, & quamvis plani latitudo aliquantùm amplificetur, idem adparebit: immo quaſi perfecte parallela Solarium radiorum ſegmenta, queis competentem & moderatam longitudinem tribuamus, cenſeri poterunt, ſi diſtantiae Solis perigei a Tellure, non 1101. terreſtres hemidiametros cum ſuperiùs commemorato *Cavalerio*, iis Aſtronomis tunc adhaerente, a quibus aucta nimis fuit Solis parallaxis horizontalis (35); ſed 21, 626.

D pro-

Digitized by Google

probabiliter convenire, cum regia Academia Pariſienſi adfirmemus.

# CAPUT VI.

*Alia expenduntur commemoratorum* Ricciolii, *&* Wolfii *documenta circa phyſicum radiorum variis in circumſtantiis parallelismum, & quaedam adduntur, Trigonometriam adhibendo, demonſtrationes.*

I. ALia heic primùm documenta doctiſſimi *Ricciolii* expendemus, in ſuo novo Almageſto tradita, videlicet Libro III. Cap. V., ut tironibus notum ſit quanta eſſe debeat, ex ejus opinione, quantitas angulorum, quos radii incidentes cum plano aliquo conſtituunt, ne iſti a phyſico, ſed ſtrictiori, ſeu ad geometricum quàm proxime accedente, excludantur parallelismo; atque ut ſimul documentorum adferantur demonſtrationes, quas Auctor omiſit, quum a legentibus, ſi Trigonometriam teneant, facilè fieri poſſint; typographicum aliquod, ſi opus fuerit, corrigendo in numeris ibi expoſitis ſphalma, ut ſupputationes facientibus trigonometricas minuatur labor.

Itaque, poſtquam Art. VIII. illius Cap. V., inſigni Batavo Mathematico *Snellio*, cujus exponit ſententiam, & breviter indicat demonſtrationem, humaniter & benigne permiſit, duos radios inter phyſice aequidiſtantes recenſeri poſse, quorum alter ad perpendiculum in planum incidat, alter verò cum eodem plano angulum conſtituat a recto deficientem minutis primis 2, ſecundis 50, & tertiis 25.; & poſtquam ſequenti Art. IX. adfirmavit, eodem donari multò magis titulo poſſe Lunares radios, qui oblique in terreſtre delapſi planum, cum hoc angulos conſtruant, quorum ſinguli ſecundis 38 a recto deficiant,

ficiant, ſicuti Cap. IV. hujuſce Exercitationis oſtenſum fuit; ſtatuit denique Art. X., tunc duos radios denominari optime ad ſenſum parallelos poſſe [ videlicet ſtrictiori praeditos parallelismo, & proxime ad geometricum accedente ] quando ſumma angulorum ad baſin, radianti oppoſitam puncto, a duorum ſumma rectorum angulorum, ultra ſex minuta ſecunda non diſcrepet.

II. Inquirit deinde, cognità priùs latitudine humanae pupillae, a cujus diametro ibi fingit contineri 40. Romani pollicis centeſimas partes; tum lentis vitreae Teleſcopii latitudine, aut cauſtici Speculi, quorum diametri ad pedes duos Romanos pertingant; tum etiam cognità priùs diſtantia inter duo ſpatii terreſtris puncta, quae ibi eſſe dicitur 100. milliarium; inquirit, inquam, poſt hujuſmodi hypotheſes, quanta eſſe debeat diſtantia inter punctum radians, & ea plana, ad quae radii perveniunt, ſive inter punctum H [ F. I. ] & rectam A K, ut ſumma angulorum, quos incurrentes radii cum ea recta comprehendunt, a duorum ſumma rectorum non deficiat, niſi ſex ſecundis; proindeque radii commemorati, phyſico, ſed ſtrictiori ab eodem ſtatuto, parallelismo fruantur. Belle res procedit, ſecundùm ibi notatos numeros, iiſque admiſſis hypotheſibus, dum ſermo eſt de diſtantia a radiante puncto, tum humanae pupillae, quam diſtantiam auctor eſſe debere decernit paſſuum 230., tum vitreae illius Lentis, aut cauſtici Speculi, inter quae, & radians punctum adfirmat milliarium 14. intervallum requiri, quemadmodum in adjuncta demonſtramus breviter Adnotatione (36): ubi etiam declarationem, & demonſtrationem eorum adferimus, quae dicit *Chriſtianus Wolfius* circa praedictam radiantis puncti diſtantiam ab oculi pupilla, ut incidentes in ipſam radii cenſeantur paralleli.

Verumtamen belle res non procedit in Almageſto, neque cum proxime praecedentibus cohaeret, ſi plani radios excipientis latitudini, milliaria 100., ut ibi notatur,



Digitized by Google

tribuantur; diſtantiam autem inter planum, & radians punctum, milliaria 200, 000, aut 250, 000. [ ideſt quantum intervalli ibidem ab eodem auctore eſſe dicitur inter perigeam Lunam, & Tellurem ]; ita enim ſtrictior ille parallelismus, de quo ibi *Ricciolius* agit, locum haberet nullum. Ab omni tamen culpa immunem eſſe tantum virum in hac tertia ſuppùtatione ſimul adfirmo, & aut in librarios, aut typographos ipſam eſſe totam rejiciendam, ſicuti me demonſtraturum confido, poſtquam aliqua praemiſerim opportuna.

III. En integra auctoris hypotheſis, prout in codice adparet Art. X. Ponamus Lunae diſtantiam a Tellure eſſe milliarium Italicorum 200, 000, ideſt 50. ſemidiametrorum Telluris, quanta eſt circiter perigeae Lunae ab eadem Tellure diſtantia; dico fore ut, ſi puncta A, & K inter ſe diſtent 100. Italica milliaria, radii A H, & K H in illa incurrentes puncta, conſtituant cum baſi A K angulos H A K, H K A, qui ſinguli comprehendant Gradus 89., min. pr. 59., & ſecunda 57.: quare ſinguli ultra tria ſecunda, eorumque ſumma ultra ſex a recto angulo non diſcreparent.

Notari tamen in primis debet, totum attente legentibus *Riccioli* contextum, Art. IX. & X. illius Cap. V. incluſum, manifeſtum fore typographicum erratum in numero 200, 000. diſtantiam indicante inter Lunam perigeam, atque Tellurem: ex quo, praeter cetera quae hoc idem ſuadebunt, inferri poterit, non auctori, ſed amanuenſibus, vel typographis erratum aliud majoris momenti eſſe adſcribendum in alio numero, terreſtris plani latitudinem A K eâ in hypotheſi indicante. Paullò ante, ſcilicet Art. IX. *Ricciolius* ſemidiametro Telluris milliaria Italica antiqua [ ſubaudi ex pedibus compoſita Veſpaſianeis, quae & heic, & ſaepe alibi adhibet ] tribuit 5000.: quare, quum ſequenti Art. X. adfirmet, a ſe in ſua hypotheſi conſiderari diſtantiam Lunae, qualem 50. terreſtres ſemidiametri exhibent, ſcripſit ſine dubio 250, 000.

Digitized by Google

IV. His autem poſitis, ſi fingamus a lateribus H A, H K exhiberi radios, quorum longitudo ſit 250, 000. illorum milliarium; a baſi A K milliaria 100. [ ut ibi legitur ] contineri, ac poſtea ex Trigonometriae regulis, calculi ſubducantur, & opportunae adhibeantur trigonometricae Tabulae; evidens erit a verticali angulo A H K minutum unum primum, & ſecunda 22. contineri, ut in adjecta oſtendimus Adnotatione (37): quamobrem anguli ad baſin A K non eſſent ſinguli Grad. 89, min. pr. 59, & ſecund. 57.; ſed Gr. 89, min. pr. 59, & ſecund. 19.: & conſequenter hujuſmodi radii phyſico illo, & exactiori paralleliſmo, quem eodem in Art. X. praeſtantiſſimus auctor animo intendit, privarentur. Si aliquis praeterea fingat diſtantiam Lunae a Tellure eſſe milliarium 200, 000., ut ibidem adparet, & plani latitudinem eſſe milliarium 100., eodem modo, ut ſupra, conſtructione factâ, ſubductiſque, ſecundùm regulas, calculis, futurum comperiet, ut ſinguli in triangulo iſoſcele A H K ad baſin anguli complectantur Gradus 89. min. pr. 59., & ſec. 8. (38): quocirca advenientes radii, a phyſico illo, & rigidiori paralleliſmo multò magis deſciſcerent.

V. Aliud ergo in ea numerorum expoſitione exſtat typographicum vitium, & ad calcem operis, ſicuti neque primum, neutiquam emendatum, quemadmodum antecedentes doctiſſimi Auctoris contextus cum conſequentibus attente conferenti patebit; tametſi nulla adhibeatur trigonometrica ſupputatio: nec propterea praedicti operis dignitati & caſtigationi quidquam detrahitur; magna enim volumina ab omni naevo vindicare, dum typis mandantur, perquam difficile eſt.

Quilibet vel leviter eruditus, poſtquam legerit in Art. IX. proxime praecedente illi X. apud *Ricciolium*, in hypotheſi de diſtantia milliarium 245, 000, quam habeat radians punctum a plano, cujus latitudo ad 90. pertingat milliaria, & cujus extrema duos recipere radios

de-

Digitized by Google

beant, ſingulos ad baſin angulos fore Graduum 89., min. pr. 59., & ſecun. 22.; ac deinde in Art. proxime ſequente, & pauca poſt verba, videat, imminutâ radiantis puncti diſtantiâ ( ibi enim haec exhibetur milliarium 200, 000. ) planique auctâ latitudine ad 100. uſque milliaria, praedictos angulos accedere magis ad rectos, quum ſingulis tribuantur Gradus 89., min. pr. 59. & ſec. 57.; poſtquam omnia adcurate expenderit, ſtatim animadvertet, nullo modo ex doctiſſimi auctoris mente illum fuiſſe notandum numerum 100. Si autem fingas, ab eodem legente deprehenſum fuiſſe vitium in numero 200, 000, atque ibi repoſitum 250, 000.; ne tunc quidem difficulter ille cognoſcet, ſi ſtudioſe antecedentia cum conſequentibus comparet, vitium quoque in numero 100. exſtare; ſiquidem hoc admiſſo, poſt aliquod interpoſitum examen, erudito cuilibet, niſi fallor, manifeſtum erit, non poſſe ſingulos angulos a recto deficere tribus dumtaxat ſecundis, ſi verum ſit quod paulò ante adfirmatum ab eodem auctore fuit, ſcilicet, ſtatutâ radiantis puncti diſtantiâ mill. 245. 000., & plani latitudine mill. 90., ſingulis tunc ad baſin angulis ſecunda 38., ad recti dignitatem conſequendam, deeſſe.

VI. Supervacaneum tamen nequaquam eſt typographicum illud vitium heic indicare, ne tirones, qui ſaepenumero antecedentia cum conſequentibus adcurate conferre praetermittentes, doctiſſimorum virorum ſententias aliquas, quamvis ob aliorum inconſiderantiam corruptas, tamquam ab iiſdem reapſe prolatas, & quin totum auctorum contextum perlegant, avide adripiunt, iiſque ad quaedam decernenda innituntur; ne, inquam, tirones putent, ex *Riccioli* ſententia, ad phyſicum, & ſtrictiorem radiorum paralleliſmum ( in quo ſcilicet ſingulis ad baſim angulis tria ſolummodo deſint minuta ſecunda, ut recti evadant ) *ſufficere*, & *requiri diſtantiam luminoſi puncti a Terrae extremis*, 100. *milliaria diſtantibus*, *milliarium Italicor.*

200.

200 , 000. ( quemadmodum ibidem exhibetur a codice ) *hoc eſt* 50. *ſemidiametrorum Terrae* , &c. ; ac ne deinde inferant , phyſico , & rigidiori frui , ex illius Mathematici placitis , duos radios parallelíſmo ( illud dumtaxat prae oculis habendo exemplum ) quoties plani latitudo ad radiantis puncti diſtantiam , eam habeat rationem , quam unitas ad bis mille : ſicuti inferendum eſſet , ſi , poſt omnium auctoris eâ de re documentorum ponderationem , intelligeremus , phyſicum , & rigidiorem iis radiis ab eodem tribui parallelíſmum , qui a puncto luminoſo , ad diſtantiam milliarium 200 , 000 , in duo incurrerent puncta , milliaria 100. inter ſe diſſita .

VII. At pro illo centenario , longitudinem indicante intervalli A K ( quaeret heic fortaſſe aliquis opportune ) quiſnam alius ibi erat exhibendus ? Huic rogatiunculae ſic puto eſſe ſatisfaciendum . Si cum Cl. *Ricciolio* ſingulis radiis A H , K H , a Luna advenientibus perigea , Italica tribuas milliaria 250 , 000 ( ibi enim auctor exquirit, *quanta ſufficiat* , *& requiratur diſtantia* A H , *aut* K H , *ut ſervetur phyſicus parallelíſmus radiorum* H A , H K , nimirum ſtrictior , & ad geometricum propiùs accedens , ſicuti declaratum ſupra fuit ; concluditque diſtantiam requiri 50 *ſemidiametrorum Terrae* , ideoque Italica milliaria 250 , 000 ; hunc enim numerum , ex illius praeſtantiſs. viri mente , in locum ſpurii 200 , 000. eſſe ſubrogandum jam demonſtravi ) ; ſi inſuper cum eodem decernas , angulis ad baſim ſingulis , ideſt H A K , H K A deeſſe tantùm debere tria minuta ſecunda ut recti evadant , atque ita Lunares radii ſtrictiori parallelíſmo ſint praediti ; ac demum ſi talem velis longitudinem in intervallo A K , ut ſingulis ad baſim angulis competant , non proxime , aut quamproxime , ſed exacte Gradus 89 , min. pr. 59. , & ſecunda 57 ; reſpondebo intervallum illud eſſe debere milliarium praedictae ſpeciei 7 $\frac{1}{4}$ , ſive paſſuum ex pedibus Veſpaſianeis 7250 : neque arduum erit per Trigonometriae planae Regulas ita hoc demonſtrare .

In triangulo iſoſcele H A K ( in quo, quum ſingulis ad baſim angulis tria ſolùm ſecunda per hypotheſin deſint, verticalis angulus A H K conſequenter eſt, per Prop. XXXII. Ell., ſecundorum ſex ) per Problema illud planae Trigonometriae: *Datis duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo, tertium latus invenire* (39), demiſsâ ex H normali H S, a qua in duo aequalia totum triangulum dividetur, quemadmodum ex declaratis Cap. IV. Art. III. patere cuilibet poterit; notum jam erit nobis in triangulo rectangulo S H K latus K H milliarium 250, 000. per jam conſtitutam hypotheſin, notique praeterea erunt anguli omnes; tametſi notitia ſufficiat, praeter illam conſtructi anguli recti, alterius S H K ſecundorum trium. Fieri ergo poterit haec analogia (40): Quomodo ſe habet ſinus totalis anguli recti K S H ad ſinum anguli S H K; ita ſe habet latus K H ad aliud incognitum S K. Angulo S H K ſecundorum trium, ſinus competit particularum 145. in prima Sinuum Tabula Rondelliana: quare hiſce ſtatutis terminis 10, 000, 000. 145 : : 250, 000. *x.*, & Regulam adhibendo auream, invenietur quotus $3 \frac{6,250,000}{10,000,000}$. Porrò hujuſmodi fracto ad minimos terminos revocato, hic prodibit alius $\frac{5}{8}$; quapropter latus S K milliaria continebit $3 \frac{5}{8}$. Sed S K = S A; totum igitur latus, ſeu baſis A K mill. $7 \frac{1}{4}$ exacte complectetur, ſingulique ad baſim anguli, quum ſint aequales, & quum verticalis A H K ſit exacte ſecundorum ſex, exacte erunt Graduum 89, min. pr. 59., & ſec. 57.

VIII. Attamen, quum neceſſarium nequaquam ſit talem decernere illius intervalli A K longitudinem, ut anguli ad baſim, praedictam habere debeant magnitudinem ad amuſſim, ne phyſicus, & rigidior violetur parallelilmus; ſed, ex communi Mathematicorum ſententia, ſufficiat, ſi quamproximam, aut etiam proximam habeant; exiſtimo, a doctiſſimo *Ricciolio*, ad quantitatem inter-

ter-

tervalli indicandam, aut numerum 7 fuiſſe ſcriptum ſine ulla fractione [ nulla enim in hiſce circumſtantiis addi ſolet ) aut potius numerum 8, quod admodum probabiliter puto accidiſse. Etenim ſi dicamus octonarium numerum ab auctore in ſuo autographo fuiſſe notatum & verum eſt eâ in hypotheſi ſingulis ad baſim angulis indicatam ibi magnitudinem quamproxime convenire ( quod ſatis ſuperque eſt, ne ſtrictior, ibique ſtatutus evertatur paralleliſmus; quippe decem & octo circiter minutorum tertiorum, ut mox oſtendetur defectus, praeter ſecunda tria, ad recti anguli in ſingulis complementum, illum notabiliter laxiorem neutiquam reddunt ) & commode inſuper declarari poteſt quomodo aut nullâ, aut leviſſimâ aliorum culpâ, mutatio illa numerorum facta fuerit.

IX. Videamus igitur primò quid contingere debeat, ſi ſingulis lateribus AH, KH milliaria cum *Ricciolio* tribuamus 250, 000, & baſi AK, ſecundùm proxime propoſitam, & admodum probabilem hypotheſin, milliaria ejuſdem ſpeciei octo. Porrò eádem conſtructione facta; eodem modo ratiocinando, ſicuti Cap. IV. Art. III.; utrumlibet ex rectangulis triangulis conſiderando, e. g. SHK; hiſce ſtatutis terminis: 250, 000. 10, 000, 000 :: 4. x., ſubductiſque calculis, prodibit quotus 160. In Tabula prima *Rondellii* trigonometrica deſideratur hic numerus; ſed quum proxime major ibi ſit 193, cui angulus convenit ſecundorum quatuor; proxime autem minor ibi ſit 145, cui angulus convenit ſecundorum trium; & quum, ſupputatione iterum factâ ſecundùm Regulas a Trigonometris conſtitutas (41), angulo SHK tribuenda ſint tria ſecunda, & tertia circiter duodeviginti, proindeque angulo SKH tribui debeant Gradus 89, min. pr. 59, ſecunda 56, & 42 circiter tertia; perſpicuum eſt, angulo SKH ( quod idem dicendum de alio aequali SAH) deeſſe tantummodo, ad recti anguli complementum, ſecunda tria, & tertia fere duodeviginti (42).



Digitized by Google

Exponamus ſecundò, ſed breviter, quomodo octonarius numerus ( ſi fuerit hic, ut probabile eſt, ab auctore adhibitus ) in centenarium facillime converti potuerit. Character arithmeticus, octonarium exhibens numerum, duas ſimul conligatas cyphras complectitur, & plerumque a ſcribentibus, ut citiùs delineetur, ad ſimilitudinem Graeci ω, ita notari ſolet ∞. Nihil facilius amanuenſibus, & typographis, quàm hujuſmodi notam feſtinanter delineatam, & quibuſdam propterea auctam laciniis, pro 100. habere.

X. Verumtamen, quomodocumque ſeſe res habuerit, videlicet aut 8, aut 7 milliaria illi intervallo auctor adſcripſerit, mirum non eſt ſi in doctiſſimis voluminibus, quamvis diligentiâ ſummâ caſtigatis, hujuſcemodi errata, ſine ulla auctorum culpa reperiantur, neque ad calcem fuerint expuncta; quia utplurimùm praecipua quaedam & majoris momenti expunguntur, atque, ut in ceteris corrigendis ſuam exerceant induſtriam, legentes rogantur. Unicum, ad id confirmandum, haud inutile erit adferre exemplum; praeſertim quum de alio numero, in quo octonarius locum habet, recte quidem in ejuſdem *Riccioli* edita *Geographia reformata* notato, ſed alibi per aliorum incuriam depravato, agendum heic ſit. In primo doctiſſimorum inluſtris *Picardii* opuſculis, quod ſimul cum aliis aliorum regiae Pariſienſis Academiae Mathematicorum elegantiſſimis typis vulgatum Amſtelaedami fuit A. 1736. in 4., & in quo de Telluris menſura diſſeritur, poſtquam tiro aliquis ibi legerit, *Fernelium*, e *Picardii* ſententia, ad veram propiùs acceſſiſſe menſuram terreſtris gradus in circulo maximo; a *Snellio* nimis hunc fuiſſe coarctatum; ac deinde ibidem legat ſub initium paginae 57: *Le Pere Riccioli a paſsé dans une autre extrémité, faiſant monter le degré à 64363 pas de Boulogne, ou à 18 milles d' Italie anciens, ſelon qu' il les détermine*; ſuſpenſus profectò haec legens haerebit tiro, ſi nihil ſciat de antiquorum

Ita-

Digitized by Google

Italiae milliarium quantitate; putabitque longa admodum fuiſſe antiqua Italiae milliaria, queis *Ricciolius* eſt uſus, quum, ſicut in eo notatur opuſculo, duodeviginti dumtaxat uni gradui terreſtri tribuantur. Verùm longa admodum, aut amanuenſes, aut typographi fecerunt, num. 8. unitatem praemittendo; ſiquidem Lib. V. illius *Geographiae reformatae*, quae a *Picardio* ibidem citatur, Articulo II. Cap. XXXIV. legimus, a *Ricciolio* ex obſervationibus tum ſuis, tum *Franciſci Mariae Grimaldii* S. J. concludi, ab uno circuli maximi terreſtris gradu, Bononienſes paſſus contineri *64, 363*; Romanos autem (quorum ſinguli ex quinque pedibus antiquis ſub *Veſpaſiano*, &c. conſtent) 81, 526 $\frac{1}{2}$, ideoque milliaria antiqua Romana, minutiis praetermiſſis, 81. Hinc puto typographicum inrepſiſſe ſphalma in illud etiam Caput ampli, eruditi, & mathematici voluminis, haud multis ab hinc annis vulgati, ubi de radiorum luminis paralleliſmo differitur; ibi enim, poſtquam quae *Ricciolius* docuerat Almageſti novi Lib. III., Cap. V., breviter fuerint indicata, concluditur: *Ut demum efficiatur idem angulus* (utrinque videlicet, & a recto tribus dumtaxat ſecundis minutis deficiens) *in duobus Terrae locis invicem diſtantibus*, *Italicis milliariis* 100, *ſat eſt diſtantia luminoſi corporis a Terrae ſuperficie in Italicis milliariis* 206, 950, *ſeu terreſtrium ſemidiametrorum prope* 50: *quanta videlicet eſt fere diſtantia Lunae perigeae. In quibus caſibus uterque angulus in extremis a recto deficit praeciſe minutis* 3″; *unde eſt angulus* 89°. 59′. 57″, *uterque factus cum datis illis praefatis diſtantiis, ſeu lineis diſtantiarum eorum extremorum, a duobus radiis prodeuntibus ab eodem puncto luminoſi corporis, atque ad ſenſum invicem parallelis*. Ita notatum fuit in ejuſmodi mathematico volumine, Par. III. Sect. I. Cap. II. paginâ 89.

# CAPUT VII.

*Quomodo, & cur Aſtronomi quidam recentiores phyſicum in radiis luminis parallelismum, a geometrico valde remotum, atque idcirco imperfectiorem, ſeu latiorem, quàm alii auctores, admiſerint.*

I. HActenus exponere Matheſeos candidatis, aut tironibus conati ſumus quid praeſtantiſſimi aliqui cenſuerint Mathematici de phyſico radiorum luminis parallelismo, tum de illo qui ad geometricum quàm proxime accedit, tum de alio qui a geometrico aliquantùm remotior eſt; at nihilominus, ut plures perficiantur variis in circumſtantiis demonſtrationes, prudenter admittendus. Etenim vidimus ad geometrice parallelos quàm proxime accedere, ex *Ricciolio*, duos radios, quando angulus ab eiſdem in puncto, a quo diſcedunt, conſtitutus non excedat minuta ſecunda ſex (43); ex *Wolfio* autem, quando ille angulus paullò major ſit uno ſecundo (44): ac vidimus praeterea augeri poſſe ejuſmodi angulum, quin phyſicus pereat paralleliſmus, ex *Snellio*, ad tria fere minuta prima; ex *Ricciolio*, ad minutum unum primum, & ſecunda ſexdecim; ex *Wolfio*, ad ſecunda dumtaxat triginta (45).

II. At recentiores aliqui, & magni nominis Aſtronomi, ut radiis, aut lineis rectis phyſice parallelis uterentur ad ſuas alicubi conficiendas demonſtrationes; videlicet ut Euclideae parallelarum theoriae inniti poſſent ad oſtendendum, vel duorum ſummam angulorum duobus ſimul rectis angulis aequalem eſſe (46), vel duos inter ſe angulos aequari (47); in amplificando illum angulum in puncto, ex quo radii emanant, & quem proxime commemoravimus, liberaliores fuere; nam & *David Gregorius*, & *Joannes Keillius*, ambo regalis Societatis Londinen-

nen-

Digitized by Google

nenſis ſodales, & ambo Aſtronomiae in Oxonienſi Academia celebres profeſſores, tamquam phyſice parallelas conſiderant duas a Solis centro ductas rectas lineas, aut duos vibratos radios, qui rectarum inſtar conſiderantur, quorum alter centrum Telluris pervadat, & alter centrum Lunae, in universùm loquendo, dum varios haec ſubit aſpectus, illum non excludendo qui *quadratus* denominatur. *Diſtantia Lunae a Terra* (inquit *Gregorius*, Aſtronomiae Lib. I. Propoſit. XVII., pagina 26. Genevenſis editionis An. 1726.) *tam parva eſt reſpectu diſtantiae Terrae a Sole, ut rectae* T S (Fig. II.) L S, *a Terra, & Luna ad Solem ductae, poſſint pro parallelis haberi* (48). Audiatur nunc *Keillius*, praeſtantiſſimus commemorati *Gregorii* diſcipulus, atque explanator. Poſtquam prope finem Lectionis XI. in ſua *Introductione ad veram Aſtronomiam* docuit, duas rectas a Solis centro ductas, vel duos emiſſos radios, ad quaevis Telluris puncta, eſſe inter ſe quàm proxime parallelos, quòd tanta ſit diſtantia Telluris a Sole, ut terreſtris diametros, ſi cum diſtantia illa comparetur, puncti inſtar, ex omnium conſenſu Mathematicorum, habeatur, haec deinde paullò poſt addit: *Non tantùm lineae, a centro Solis ad quaevis in Terra, Lunave puncta ductae, pro parallelis habendae ſunt; ſed etiam duae lineae, a centro Solis ad Terrae, Lunaeque centra ductae, a parallelismo ſenſibiliter non aberrabunt. Nam angulus quem continent, praeſertim in Syzigiis, tam parvus eſt, ut tutò negligi poſſit: ejuſque neglectus calculum, & Eclipſium phaſes minime turbabit* (49). Et jam ante dixerat, paullò poſt initium Lectionis IX., dum explicat quid ſit apud Aſtronomos *Elongatio* Solis a Luna, & dum de angulo loquitur quem in centro Solis duae rectae, ſive duo radii conſtituunt, ab eodem excurrentes in Tellurem, & Lunam: *Exiguus admodum eſt* (nimirum angulus proxime commemoratus) *& cum eſt maximus, hoc eſt in quadraturis, non decem minutis primis* ma-

Digitized by Google

*major; nam tantilla eſt diſtantia Lunae a Terra prae Solis ab eadem diſtantia, ut angulus ille ad Solem evaneſcat, & pro nullo haberi poſſit.*

*Keillii* placitis, quantùm ad haec, tacite adſtipulari videtur Dominus *le Monnier*, regiae Academiae Pariſienſis, in Gallica Keilliani operis interpretatione, Pariſiis edita An. 1746. ſub titulo *Inſtitutions aſtronomiques;* ſiquidem, dum de ejuſmodi diſſeritur imperfectiori parallelifmo, nihil de ſuo addit, aut in contextu, aut in Adnotationibus ad paginarum calcem, ut aliquando alibi in eodem facit volumine, dum aliquid a *Keillio* adſeritur, quod ſibi corrigendum videatur, aut meliùs declarandum. Quamobrem, ut vides, praedictus angulus, quem radii duo ad ſenſum paralleli in luminoſi corporis puncto, ex quo diſcedunt, conſtituunt, ab uno circiter minuto ſecundo, quemadmodum a *Chriſtiano Wolfio*, dum ſtrictiorem propoſuit phyſicum parallelifmum, fuiſſe decretum oſtendi, ad decem fere minuta prima apud alios, queis latiſſimum proponere placuit, excrevit.

III. Interim aliquis heic requiret ut mathematice demonſtretur quam reapſe magnitudinem ille angulus, qui a *Keillio* eſse dicitur *admodum exiguus*, habeat, dum amplior eſt, videlicet dum integro quadrante Luna a Sole diſtat, ſeu quadratum ſubit aſpectum; & an verum ſit minuta prima decem ab eo angulo non excedi. Opportuna quidem eſset hujuſmodi petitio, & quoniam ſatis huic fieri facillime poteſt, ſequentem addo, quibuſdam praemiſſis hypotheſibus, demonſtrationem.

Fingamus primò in puncto L (F. II.) exſtare Lunam, dum eſt in ſua quadratura, ſeu dimidiata nobis adparet; in T Tellurem, & in S Solem. Fingamus ſecundò diſtantiam Telluris a Sole, prae aliis, quas diverſis habet temporibus, eſse minimam, eique cum regia Academia Pariſienſi hemidiametros terreſtres tribuamus 21 626. Tertiò denique diſtantiam Lunae a Tellure nobis

ex-

exhibeamus eſse maximam, eique hemidiametros terreſtres *62*, ut eadem ſtatuit Academia, convenire. Quum igitur in triangulo L T S rectangulo in T (F. II.) jam nota ſit nobis magnitudo lateris T S, ideſt diſtantiae Telluris a Sole minimae, ſicuti etiam lateris T L, ideſt diſtantiae Telluris a Luna maximae; facillimum erit, planae Trigonometriae ope, magnitudinem quoque utriuſque acuti anguli in eo triangulo cognoſcere, & ſic non importunam rogantium curioſitatem explere.

IV. Itaque eo heic utamur Trigonometriae Problemate, quod ſic exponitur: *In triangulis rectangulis, datis cruribus, quaerere angulum utrumque acutum*; & fiat cum *Rondellio*, ſi lubet, Trigonometriae Lib. II. C. IV. Probl. V., aliiſque hujuſce ſcientiae auctoribus, haec analogia: Sicuti ſe habet latus T S, adjacens quaeſito angulo S, ad ſinum totalem; ita latus aliud T L, oppoſitum angulo S, ad tangentem quaeſiti anguli S: quare ſequentes termini ſtatuantur: *21626*. 10, 000, 000 :: *62*. *x*. Jam verò, ſubductis de more calculis, quum prodeat quotus *28669* $\frac{4706}{21626}$, ſecundam adhibendo Tabulam ejuſdem *Rondellii* trigonometricam, quaeratur hic quotus, minutiâ neglectâ, in tangentium columna. In hac ille numerus *28669* deſideratur; ſed quum proxime major ibi ſit *28846*, tangentem indicans anguli minutorum pr. *9*, & ſec. 55; proxime autem minor *28604*, tangentem indicans anguli minutorum pr. *9*, & ſec. 50; ſi alia fiat, ſecundùm regulas, ſupputatio ad inveniendam anguli magnitudinem, quae tangenti particularum *28669*. exacte reſpondeat, invenietur, niſi fallor, angulo S, in ea hypotheſi competere minuta prima *9*; ſec. 51, & tertia 20 $\frac{140}{242}$; proindeque angulo L, qui tamquam rectus ad ſenſum conſideratur, ejuſmodi minutorum quantitatem ad recti anguli complementum deeſse: ex quo conſequitur, recte a commemorato *Keillio* fuiſse adfirmatum, angulum L *in quadraturis, decem minutis primis non eſſe majorem*.

Co-

## *Corollaria ex praecedentibus Capitibus.*

I. Si plani latitudo ad radiantis puncti diſtantiam fuerit ut 1 ad 200, 000, phyſicus radiorum paralleliſmus recte appellari cum *Vvolfio* poterit quamproximus geometrico, ſicuti oſtenſum eſt Cap. II. Quare duo radii ab eodem advenientes puncto, multò magis incident ad ſenſum paralleli, ut idem infert auctor, Opticae §. 94. ſi ea latitudo ad diſtantiam, habeat minorem rationem, quam 1 ad 200, 000: ut e. g. ſi ratio eſſet 1 : 300, 000; & multò magis ſi eſſet 1 : 2, 000, 000. Nihilominus laxior non erit paralleliſmus, ſi cum *Ricciolio* dicamus, eam latitudinem ad eam diſtantiam ſeſe habere ut 7, vel 8 ad 250, 000, ſicuti conſtat ex Cap. VI.

II. In Iride ergo Lunari, dum ab eodem Lunae puncto radii incidunt in guttularum planum, &c., phyſicus, & geometrico quamproximus ſervatur paralleliſmus, quemadmodum patet ex Cap. I. & II.

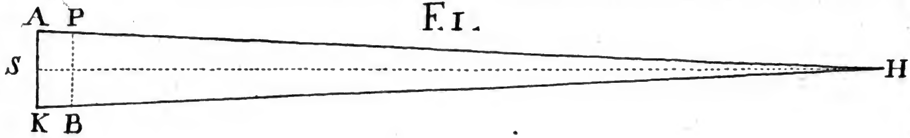
III. Ad minùs ſtrictum quod attinet ejuſmodi paralleliſmum, locum hic habere poteſt, ex *Snellio*, ubi plani latitudo ſit ad radiantis puncti diſtantiam (id referente *Ricciolio*, Almag. L. III. C. V. Ar. VII.) ut 1 ad 1210; ex *Vvolfio*, ut 1 ad 6877; ex *Ricciolio*, ut 1 ad 2722; ex quibuſdam magni nominis Aſtronomis recentioribus, ut 1 ad 348. Quapropter inter minùs ſtrictos phyſicos paralleliſmos poſtremus hic inter illos videtur eſſe latiſſimus, qui admitti quibuſdam in circumſtantiis prudenter poſſint.

IV. Ex variis inſignium Mathematicorum ſententiis et placitis, quae in praecedenti Exercitatione expoſuimus, regulam deſumere tirones poterunt ad recte judicandum de majori, vel minori perfectione phyſici paralleliſmi, cui quaedam innitantur demonſtrationes, atque idcirco de majori, vel minori ipſarum demonſtrationum vi.

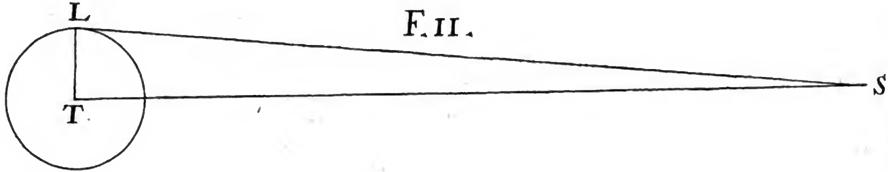
Si ergo ratio, quam habet plani latitudo ad radiantis puncti diſtantiam, eſſet valde illâ major, quam habet 1 ad 348, & de qua actum eſt Cap. VII; ut e. g. ſi eſſet 1 : 200; vel ſi angulus in aliquo radiante puncto conſtitutus, veluti eſt S [F. II.], minuta prima decem notabiliter excederet; tunc excurrentes ab eo puncto radios, inter phyſice parallelos qui recenſeret, nimiâ liberalitate, ne dicam audacter, vel imprudenter, quantùm mea fert opinio, id faceret. Ita ſimiliter inter phyſice parallelos recenſendi non eſſent, ſi, Geometriam adhibendo, videremus, ab una illarum parallelarum reapſe inaequalium, queis Mathematici aliquando utuntur ad illum geometrice demonſtrandum paralleliſmum, ſicuti expoſitum fuit Cap. V., notabiliter, vel ad ſenſum noſtrum, aliam excedi.

Digitized by Google

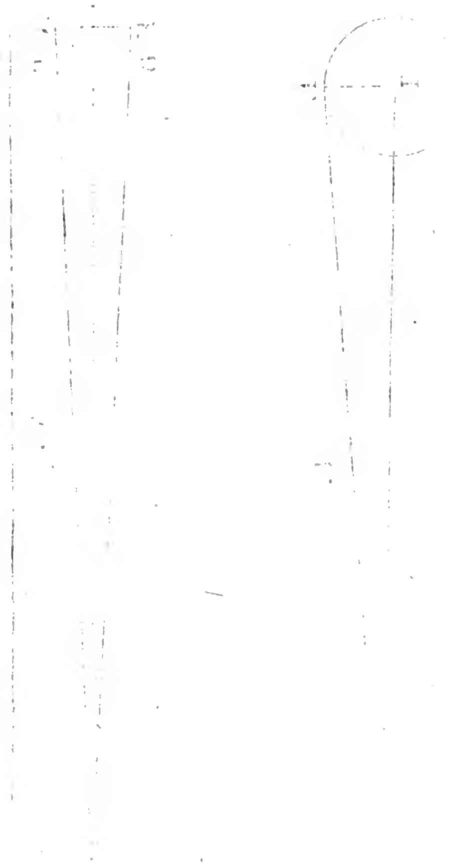
F. I.




F. II.




Digitized by Google



Digitized by Google

# DESCRIZIONE
# DELLE FESTE FATTE
# IN FIRENZE
PER LE REALI NOZZE DE SERENISSIMI SPOSI
# FERDINANDO II.
GRAN DVCA DI TOSCANA,
# E VITTORIA
PRINCIPESSA D'VRBINO.

97

363
6

Digitized by Google